

Anexo metodológico



Modelos DEA (análisis envolvente de datos) y BOD (benefit of the doubt)

Análisis envolvente de datos (DEA). Breve descripción del modelo

La literatura sobre modelos de eficiencia que resultan del análisis de múltiples *inputs* y *outputs* suele emplear métodos de análisis frontera basados en modelos de análisis envolvente de datos (en adelante, DEA, por sus siglas en inglés) (véase, por ejemplo, Charnes *et al.*, 1978; Grifell-Tatjé y Lovell, 2015)¹. El DEA es una técnica no paramétrica que, mediante programación lineal, aproxima la tecnología real, pero desconocida, para un grupo de observaciones sin imponer ninguna restricción a la distribución muestral. El supuesto tecnológico principal del modelo DEA es que cualquier unidad de producción (en nuestro caso, las universidades) (*i*) utiliza un grupo de *inputs* $x = (x_1, \dots, x_i) \in \mathbf{R}_+^J$ para producir un conjunto de *outputs* $y = (y_1, \dots, y_m) \in \mathbf{R}_+^M$, y estos 2 vectores forman la tecnología de las unidades analizadas (*T*): $T = \{(x, y) : x \text{ puede producir } y\}$.

El DEA es una técnica compleja de evaluación comparativa que genera un conjunto de posibilidades de producción en que las unidades analizadas (universidades) eficientes ubicadas en esta superficie configuran la frontera de eficiencia. Para el resto de las unidades, el DEA calcula un resultado de ineficiencia que indica la distancia de las unidades a la frontera de mejores prácticas.

La tecnología en los modelos DEA presenta dos propiedades que conviene definir.

- La primera propiedad se relaciona con los rendimientos a escala. La tecnología modelada puede presentar rendimientos constantes a escala (CRS), más vinculados a la eficiencia a largo plazo o al modelado de indicadores compuestos (CIs) mediante el enfoque del ‘beneficio de la duda’ empleado en este trabajo; o rendimientos variables a escala (VRS) los cuales están vinculados a medidas de eficiencia técnica pura que capturan resultados vinculados a prácticas implementadas a corto plazo (Epure y Lafuente, 2015)².
- El segundo supuesto se refiere a la orientación del modelo (minimización de *inputs* o maximización de *outputs*). La decisión sobre el enfoque de orientación depende de si la tecnología de las unidades analizadas está más orientada a la producción con insumos mínimos (minimización de *inputs*) o a la producción del máximo producto posible dados los recursos disponibles (maximización de *outputs*) (Grifell-Tatjé y Lovell, 2015).

Para fines ilustrativos, el siguiente programa lineal modela una tecnología DEA, suponiendo VRS y una orientación al *output*, y calcula los resultados de eficiencia para un conjunto de unidades (*i*): $D(x, y^i) = \inf(\theta > 0 : (x, y/\theta) \in T$, donde *T* es la tecnología:

$$T(x, y) = \sum_{i=1}^N \lambda_i y_{i,m} \leq \theta_i y_{i,m}$$

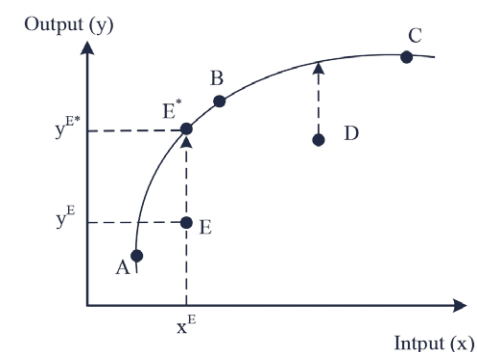
$$\sum_{i=1}^N \lambda_i x_{i,j} \leq x_{i,j} ; \sum_{i=1}^N \lambda_i = 1 ; \lambda_i > 0$$

(E1)

La tecnología representada en la ecuación (E1) describe cómo las unidades transforman sus recursos disponibles (*x*) en la máxima producción posible (*y*), utiliza λ como factor de ponderación de intensidad para formar las combinaciones lineales de las unidades muestreadas ($i = 1, \dots, N$) e introduce la restricción $\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1$ para imponer rendimientos variables a escala (VRS) a la tecnología. Para cada universidad, el término θ_i representa el resultado de eficiencia obtenida, y para las unidades eficientes $\theta_i = 1$, mientras que para las unidades ineficientes $\theta_i > 1$ y $\theta_i - 1$ indica el grado de ineficiencia.

Para facilitar la interpretación de los resultados del DEA, la figura A1 presenta una representación simplificada de la función de distancia orientada a la maximización de la producción. En la figura, supongamos que una unidad ficticia (E) tiene un coeficiente de ineficiencia de $\theta = 1,50$. Así, para operar eficientemente y alcanzar la frontera (E*) esta unidad debería ampliar su producción (*output*) en un 50%, manteniendo fijos sus insumos.

Figura A1. Análisis de eficiencia basado en el modelo DEA (VRS y orientación al output)



El modelo del ‘beneficio de la duda’ (BOD)

El modelo del ‘beneficio de la duda’ (en adelante BOD, por sus siglas en inglés) se diseñó para determinar las prioridades estratégicas entre un conjunto de unidades de análisis (en este caso, universidades) mediante el cálculo de ponderaciones endógenas (pesos) para las variables analizadas. En comparación con los análisis más canónicos basados en ratios unidimensionales, el uso de modelos basados en programación lineal (en nuestro caso, el método BOD) para analizar los CIs puede resultar eficaz para revelar información valiosa sobre los factores específicos del negocio que impulsan el principal CI. Esto es especialmente relevante en casos donde la información sobre la importancia relativa (es decir, la ponderación) de las variables analizadas es limitada.

1. Charnes, A.; Cooper W.W.; Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision-Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.

Grifell-Tatjé, E.; Lovell, C.A.K. (2015). *Productivity Accounting: The Economics of Business Performance*. Cambridge University Press, New York.

2. Epure, M. y Lafuente, E. (2015). Monitoring bank performance in the presence of risk. *Journal of Productivity Analysis*, 44, 265-281.

Desde un punto de vista metodológico, formalmente el modelo BOD considera los resultados seleccionados (en nuestro caso, los pilares de eficiencia universitaria) y emplea un conjunto de ponderaciones endógenas específicas de cada universidad (w) para calcular la media ponderada de los indicadores de cada pilar de eficiencia ($y = y_1, \dots, y_k \wedge K = 4$) que maximizan la puntuación del indicador compuesto (CI).

Por lo tanto, el modelo BOD genera, para cada universidad (i), la configuración óptima de los pilares de eficiencia mediante la identificación de las fortalezas y debilidades relativas del conjunto de resultados. Sin información sobre las ponderaciones exactas de los resultados (y), la ponderación BOD asigna a cada universidad la mejor configuración de ponderación posible (w), lo que permite revelar las prioridades estratégicas endógenas (específicas de cada universidad) en términos de los pilares de eficiencia analizados.

El siguiente programa lineal resuelve el problema de agregación del modelo BOD y calcula el valor óptimo del CI para cada universidad (i):

$$CI_i = \max_{w_k} \sum_{k=1}^K w_{ik} y_{ik} \quad k = 1, \dots, K = 4 \quad i = 1, \dots, N$$

(E2)

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^K w_{ik} y_{ik} \leq 1$$

$$w_{ik} \geq 0$$

$$L_k \leq \frac{w_{ik} y_{ik}}{\sum_{k=1}^K w_{ik} y_{ik}} \leq U_k$$

La ecuación (E2) calcula para cada universidad un vector de pesos endógenos para variables asociadas al pilar de eficiencia analizado ($w_k = w_1, \dots, w_4$) que maximiza el indicador de eficiencia (CI). El valor del CI

está acotado ($CI_i \leq 1$): para universidades eficientes $CI_i = 1$, mientras que para universidades ineficientes $CI_i < 1$ y $1 - CI_i$ es el grado de ineficiencia (es decir, la expansión en los indicadores analizados necesaria para que la universidad sea completamente eficiente). Los pesos están restringidos a ser no negativos, lo que hace que el resultado de eficiencia del CI sea una función no-decreciente del vector de (y) (ecuación (E2)).

La última restricción del modelo se denomina restricción 'pie share':

$$L_k \leq \frac{w_{ik} y_{ik}}{\sum_{k=1}^K w_{ik} y_{ik}} \leq U_k.$$

Esta restricción es atractiva porque los pesos de las variables en el modelo ($w_{ik} y_{ik}$) no dependen de las unidades de medida y revelan directamente la contribución individual de cada variable al CI, a la vez que permiten la heterogeneidad de ponderaciones para cada universidad y entre ellas. En

la ecuación (1), L_k y U_k son los límites inferior y superior establecidos para cada peso, respectivamente. Nótese que los pesos endógenos son específicos de cada universidad y la suma de las cuotas de los pesos es igual al resultado del indicador CI (ecuación (E2)).

De manera estrechamente relacionada, obsérvese que la ecuación (E2) asume que todos los resultados son relevantes para la eficiencia de las universidades y que las organizaciones priorizarán aquellas variables que maximizan su resultado de eficiencia.

Para el propósito de este informe, todos los modelos BOD se han calculado utilizando el software GAMS®.

